Pensamento Computacional

Aula 11

U.PORTO
FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

Objetivos

- Pesquisa e Ordenação
  - Pesquisa sequencial
  - Pesquisa binária
- Ordenação
  - Ordenação por seleção

Problema de Pesquisa

- Suponhamos que temos uma sequência de *n* valores (e.g., inteiros)

  v[0], v[1], ...,v[n-1]

- Queremos saber se um valor $\varkappa$ ocorre na sequência, isto é:

  encontrar j tal que 0≤ j ≤ n e v[j] = $\varkappa$

Pesquisa sequencial

1. Para j de 0 até n-1:
   - Se v[j] = $\varkappa$ então terminamos com resposta j;
   - Caso contrário, continuamos a pesquisa.
2. Se chegarmos ao fim do ciclo, então $\varkappa$ não ocorre na sequência.

Este algoritmo encontra o menor índice tal que v[j]= $\varkappa$ (se existir).

Pesquisa sequencial em Python

- Em Python, pesquisar um elemento x numa lista L (ou em qualquer outra sequência) é uma operação comum em vários problemas.
  - Por vezes, precisamos apenas de verificar **se** o elemento se encontra na sequência.

  Em Python fazemos isto com: `x in L`

  - Noutras situações, precisamos de saber onde está.

  Em Python, podemos fazer isto com: `L.index(x)`.

Pesquisa sequencial em Python

- A **pesquisa sequencial** varre a sequência do início ao fim (ou do fim até ao início).

```
def seqSearch(lst, x):
    """Return k such that x == lst[k], or None if no such k."""
    for i in range(len(lst)):
        if x == lst[i]:
            return i
    return None
```

É isto que o método `index` do operador **`in`** faz.

Pesquisa sequencial em Python

- Existem duas formas de terminar o ciclo:
  1. Se encontrarmos j tal que lst[j] == x
  2. Ou se esgotarmos todos os índices válidos (e nesse caso, j == n ou len(lst))
- No pior caso, temos de percorrer todos os elementos da sequência, *n*, em que *n* é o comprimento da sequência.

- Podemos fazer melhor?

Pesquisa Binária

Queremos procurar x numa sequência de n valores inteiros

v[0], v[1], v[2], ...v[n-1]

- Pré-condição: os valores estão por ordem crescente:

  Cada valor é menor ou igual ao seguinte: $v[0] \leq v[1] \leq v[2] \leq \ldots \leq v[n-1]$

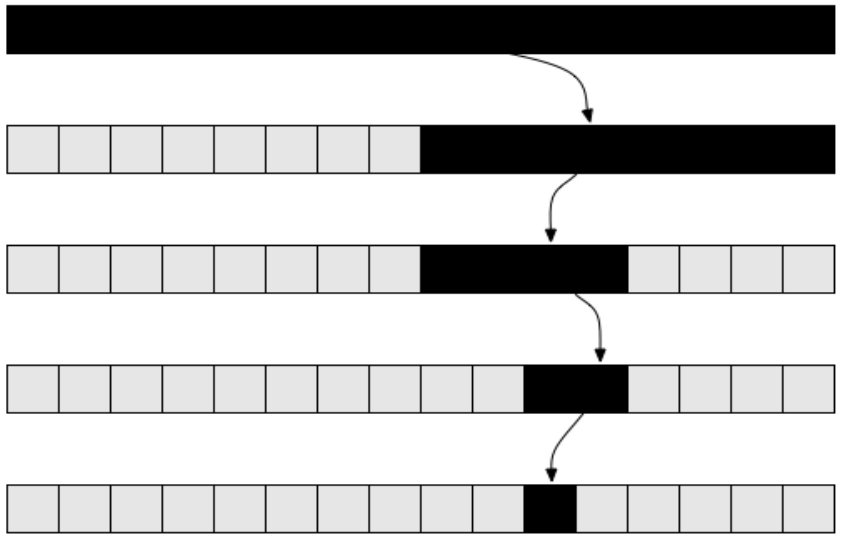
Pesquisa Binária: ideia

Consideramos o índice do meio k= (n-1)//2:

- Se x = v[k] então encontramos o valor;
- Se x<v[k] então continuamos a procurar na sub-sequência v[0], ..., v[k-1]
- Se x>v[k] então continuamos a procurar na sub-sequência v[k+1], ...v[n-1]

Repetimos até encontrar o valor ou a sequência ficar vazia.

Pesquisa Binária: ideia



n	$\log_2 n$
8	3
16	4
32	5
64	6
128	7
256	8
512	9
1024	10

- Se $N < 2^k$ => k comparações.

Pesquisa Binária: algoritmo

```
def binSearchExact(lst, x):
    """Find k such that x == lst[k]. (Or None if no such k.)"""
    first = 0            # first index that could be solution
    last = len(lst)      # first index that cannot be solution
    while first < last:
        mid = (first+last)//2
        if x < lst[mid]:
            last = mid
        elif x > lst[mid]:
            first = mid+1
        else:
            return mid
    return None
```

Pesquisa Binária: algoritmo
Alternativa

```
def binSearch(lst, x):
    """Find k such that: lst[k-1] < x <= lst[k] (not quite!)."""
    first = 0            # first index that can be result
    last = len(lst)      # last index that can be result
    while first < last:
        mid = (first+last)//2
        if x <= lst[mid]:     # (just 1 comparison inside loop!)
            last = mid
        else:
            first = mid+1
    return first
```

Funções `bisect`

- O módulo bisect inclui funções que fazem pesquisa binária em listas ordenadas.

```
import bisect

lst = [10, 20, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90]

# Using bisect to search values
I40 = bisect.bisect_left(lst, 40)
print(lst[I40] == 40)

I65 = bisect.bisect_left(lst, 65)
print(lst[I65] == 65)

I05 = bisect.bisect_left(lst, 5)
I91 = bisect.bisect_left(lst, 91)

# Difference between _left and _right
L20 = bisect.bisect_left(lst, 20)
R20 = bisect.bisect_right(lst, 20)
```

Problema de Ordenação

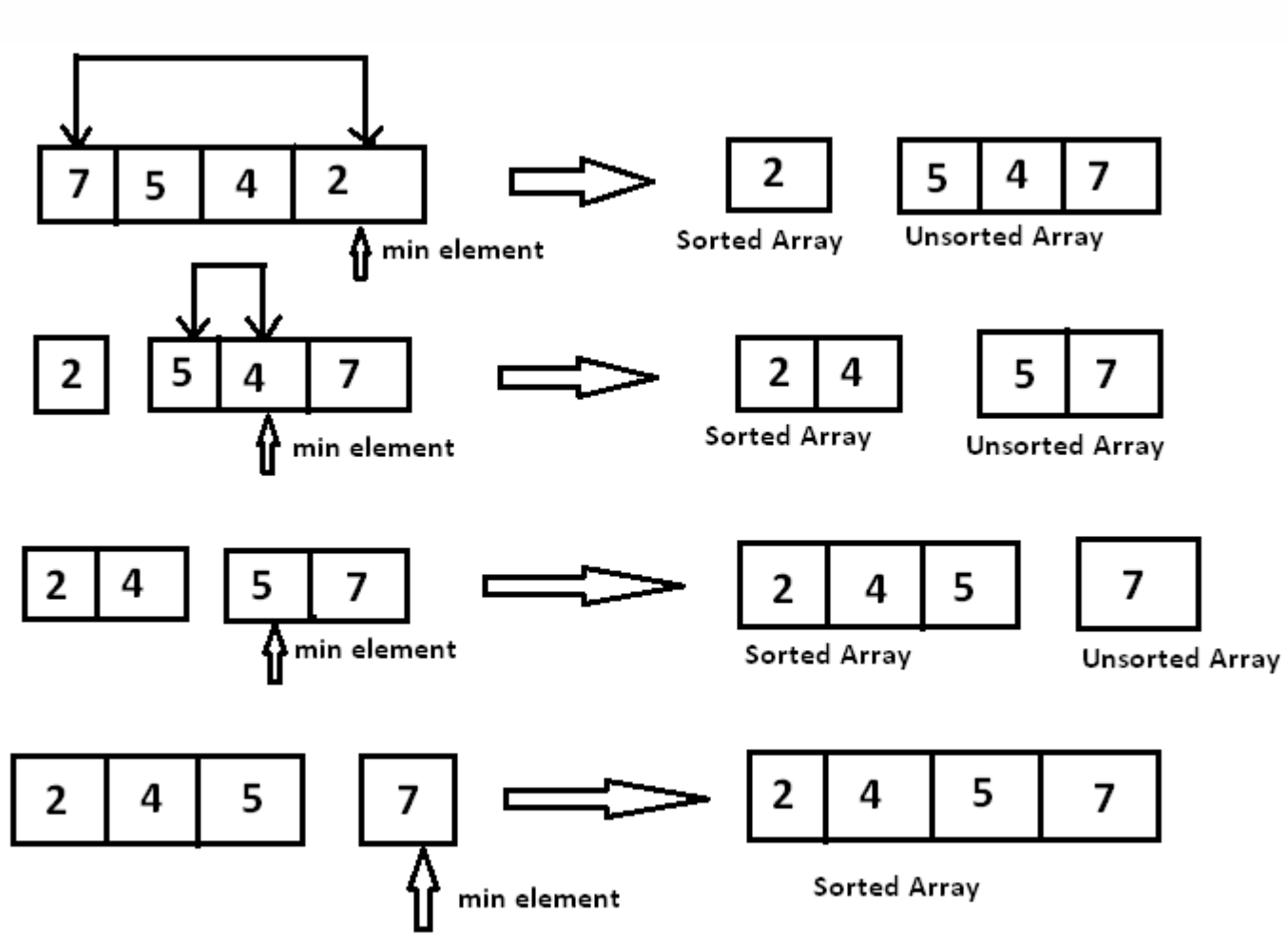
- Para utilizar a pesquisa binária, assumimos que a sequência está *ordenada*.
- Vamos agora estudar algoritmos para ordenar uma sequência arbitrária.

Objetivo: reorganizar os valores de forma a que fiquem por *ordem ascendente* ou *descendente*

Ordenação por seleção

1. Procuramos o menor valor da sequência e trocamos o seu lugar com o 1º elemento;
2. Procuramos o menor dos valores restantes e trocamos o seu lugar com o 2º elemento;
3. Continuamos este processo até colocarmos todos os elementos na posição correta.

Ordenação por seleção: exemplo



Ordenação por seleção: o algoritmo

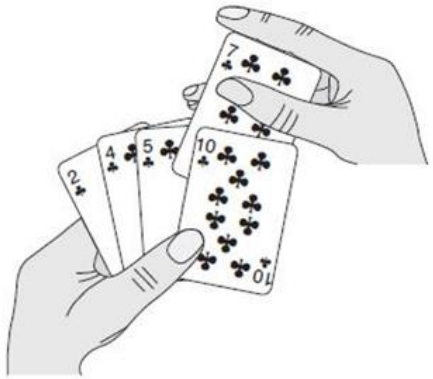
Repetimos para i de 0 até $n-1$:

1. Inicializamos $i_{min} \leftarrow i$
2. Para j de $i+1$ até $n-1$:
    - se $v[j] < v[i_{min}]$ então $i_{min} \leftarrow j$
3. Se $i \neq i_{min}$ trocamos $v[i]$ com $v[i_{min}]$

Ordenação por inserção

1. Vamos considerar **segmentos** que começam no inicio da sequência;
2. O segmento com apenas um valor está trivialmente ordenado;
3. Em cada passo vamos **inserir um valor no segmento** mantendo a ordem.

Analogia: a forma como um jogador que mantem uma mão de cartas ordenada



Ordenação por inserção

(Autor: Swfung8 *via* Wikimedia Commons.)

Ordenação por seleção: o algoritmo

Basta inserir $v[1]$, depois $v[2]$, etc.

repetir para i **de** 1 **até** $n-1$ **:**
    $x \leftarrow v[i]$
    $j \leftarrow i-1$
    enquanto $j \geq 0 \wedge v[j] > x$ **:**
        $v[j+1] \leftarrow v[j]$
        $j \leftarrow j-1$
    $v[j+1] \leftarrow x$

Problema de Ordenação

- Em Python, use a função `sorted` ou o método das listas `sort`
  - `L.sort()  # Modifica a lista L`
  - `L2 = sorted(L)  # Cria L2. L não é alterada!`
- `sorted` devolve uma lista mas aceita como *input*, qualquer coleção.
  - `sorted('banana')  #-> ['a', 'a', 'a', 'b', 'n', 'n']`
  - `N = (9, 7, 2, 8, 5, 3)`
  - `print(sorted(N))  #-> [2, 3, 5, 7, 8, 9]`
  - `S = {"maria", "carla", "anabela", "antonio", "nuno"}`
  - `print(sorted(S))`
  - `#-> ['anabela', 'antonio', 'carla', 'maria', 'nuno']`

Critérios de ordenação

- Estas funções podem ordenar segundo critérios diferentes:

```
L = ["Mario", "Carla", "anabela", "Maria", "nuno"]

print(sorted(L))                        # lexicographic sort
    #-> ['Carla', 'Maria', 'Mario', 'anabela', 'nuno']

print(sorted(L, key=len))               # sort by length
    #-> ['nuno', 'Mario', 'Carla', 'Maria', 'anabela']

print(sorted(L, key=str.lower))         # case-insensitive
    #-> ['anabela', 'Carla', 'Maria', 'Mario', 'nuno']
```

Critérios de ordenação

- O argumento opcional `key` recebe uma função que permite determinar o critério de ordenação.
- A função `key` é aplicada a cada um dos elementos e os resultados são comparados para estabelecer a ordem.
- Para inverter a ordem, usar o argumento `reverse=True`.

Exercício

Escreva uma função que calcule a mediana de uma lista de valores.

- A mediana é um valor que é maior que metade dos valores da lista e menor que a outra metade.
- Se a lista tiver um número ímpar de valores, a mediana é o valor a meio da lista ordenada. Se a lista tiver um número par de valores, a mediana é a média dos dois valores a meio da lista ordenada.

U.PORTO
FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

Objetivos

- Relembre:
  - Pensamento computacional e desenho de algoritmos.

Pensamento Computacional

TPC: exercícios propostos ficha 9